BMS–Vorbereitung

Mathematik Prüfungstraining

Zur Vorbereitung auf die
BMS-Aufnahmeprüfung.
Für BM1 und BM2 geeignet.

Learning Culture

LearningCulture.ch

LearningCulture-Lehrbuch

BMS–Vorbereitung

Mathematik Prüfungstraining

Zur Vorbereitung auf die
BMS-Aufnahmeprüfung.
Für BM1 und BM2 geeignet.

Learning Culture

Titel
BMS-Vorbereitung, Mathematik Prüfungstraining

Autoren
Klara Kley

Konzept
Balz Müller
Daniel Meile

Layout
FRY & PARTNER GmbH

Cover
navarra.is GmbH

Zweite, überarbeitete Auflage, Mai 2018
www.learningculture.ch

Inhaltsverzeichnis

1. Arithmetik ... **1**
Aufgabentyp 1: Termumformungen ... 1
Aufgabentyp 2: Gleichungen ... 17
Aufgabentyp 3: Satzaufgaben ... 24

2. Grössen, Funktionen und Zufall ... **43**
Aufgabentyp 4: Masseinheiten ... 43
Aufgabentyp 5: Geschwindigkeit, Strecke und Zeit ... 49
Aufgabentyp 6: Diagramme ... 56
Aufgabentyp 7: Prozentrechnung ... 63
Aufgabentyp 8: Steigung ... 73
Aufgabentyp 9: Funktionen ... 75
Aufgabentyp 10: Wahrscheinlichkeit ... 85

3. Geometrie ... **95**
Aufgabentyp 11: Pythagoras und Flächen ... 95
Aufgabentyp 12: Winkel ... 110
Aufgabentyp 13: Ähnliche Dreiecke und Vierecke ... 114
Aufgabentyp 14: Volumen und Oberflächen von Körpern ... 119
Aufgabentyp 15: Terme und Gleichungen für Flächenberechnungen ... 123
Aufgabentyp 16: Pythagoras im Raum ... 126
Aufgabentyp 17: Räumliches Vorstellungsvermögen ... 134

Alte Prüfungen ... **137**
Aufgaben 2017 ... 137
Lösungen 2017 ... 153
Aufgaben 2016 ... 161
Lösungen 2016 ... 173

Lösungen Übungsaufgaben ... **179**
Arithmetik ... 179
Grössen, Funktionen und Zufall ... 182
Geometrie ... 189

1. Arithmetik

Aufgabentyp 1: Termumformungen

In Prüfungsaufgaben werden bei Termumformungen Grundrechenarten, Brüche, Potenzen und Wurzeln kombiniert. Daher ist es wichtig, dass du die Grundlagen der Arithmetik sicher beherrschst. Dieser Aufgabentyp kommt bei jeder Prüfung mindestens einmal, meist sogar mehrmals vor.
Ein Thema, das in den Grundlagen noch nicht behandelt wurde, aber auch Teil dieses Aufgabentyps sein kann, sind Binome. Die Theorie dazu wird im Folgenden erklärt.

THEORIE

Werden zwei Terme multipliziert, muss jedes Element des einen Terms mit jedem Element des zweiten Terms multipliziert werden:

$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$

Kommt in einem Term ein Minus vor, muss dieses mit multipliziert werden:
$(a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$

Es gibt ein paar Spezialfälle solcher Termmultiplikationen. Sie können mit den sogenannten binomischen Formeln gelöst werden:

$$\begin{aligned}
(a + b)^2 &= (a + b) \cdot (a + b) \\
&= a^2 + ab + ab + b^2 \\
&= a^2 + 2ab + b^2 \\
\\
(a - b)^2 &= (a - b) \cdot (a - b) \\
&= a^2 - ab - ab + b^2 \\
&= a^2 - 2ab + b^2 \\
\\
(a + b) \cdot (a - b) &= a^2 - ab + ab - b^2 \\
&= a^2 - b^2
\end{aligned}$$

Zusammengefasst:

$$\begin{aligned}
(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\
(a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\
(a + b) \cdot (a - b) &= a^2 - b^2
\end{aligned}$$

Musteraufgaben

Vereinfache den Term soweit wie möglich.
$(3a - 2b)\ (a + 5b) =$

1) $(3a-2b)(a+5b)=$
2) $(3a^2+15ab-2ab-10b^2 =$
$\underline{\underline{3a^2+13ab-10b^2}}$

1. Wir multiplizieren:
   3a mit a und 3a mit 5b
   −2b mit a und −2b mit 5b
2. Nun vereinfachen wir den Term, in dem wir 15ab − 2ab berechnen.

Vereinfache den Term soweit wie möglich.
$(3x + 2y)^2 =$

Hierzu gibt es zwei Möglichkeiten. Die erste wäre, auszumultiplizieren, ähnlich wie in der 1. Musteraufgabe. Die zweite Möglichkeit wäre, die passende binomische Formel zu verwenden.

1. Möglichkeit

1) $(3x+2y)^2 =$
2) $(3x+2y) \cdot (3x+2y) =$
3) $3x \cdot 3x + 3x \cdot 2y + 2y \cdot 3x + 2y \cdot 2y =$
3) $9x^2 + 6xy + 6xy + 4y^2 =$
$\underline{\underline{9x^2 + 12xy + 4y^2}}$

1. Wir schreiben den Term als eine Multiplikation zweier Terme.
2. Wir multiplizieren 3x mit 3x und mit 2y sowie 2y mit 3x und mit 2y.
3. Nun berechnen wir die einzelnen Multiplikationen.
4. Als Letztes addieren wir.

2. Möglichkeit

1) $(3x+2y)^2 =$
2) $(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 =$
$\underline{\underline{9x^2 + 12xy + 4y^2}}$

1. Wir verwenden die passende binomische Formel:
   $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
   In diesem Fall entspricht 3x dem a aus der Formel und 2y dem b.
2. Nun berechnen wir die Potenzen und Multiplikationen.

Dir mag die 1. Variante vielleicht am Anfang etwas leichter erscheinen, aber du wirst merken, mit ein wenig Übung ist die 2. Variante deutlich schneller.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1.1

Vereinfache die Terme soweit wie möglich.

a) $(a + 4b)(2a + b)$
b) $(3s + 5t)(2s + t)$
c) $(6b - d)(b + 2d)$
d) $(q - 2p)(2q - 4p)$
e) $(-x + 2y)(3x - 8y)$
f) $(5k + 2l)(-3k - 7l)$

◆ NIVEAU 2

Aufgabe 1.2

Vereinfache die Terme soweit wie möglich. Verwende dazu die binomischen Formeln.

a) $(2x + y)^2$
b) $(4q + 3p)^2$
c) $(a - 3b)^2$
d) $(2v - 7w)^2$
e) $(x + 5y)(x - 5y)$
f) $(3h - 8j)(3h + 8j)$
g) $(9a - 6b)^2$
h) $(12c + 5d)^2$
i) $(7s - 13t)^2$
j) $(2r - 6s)(6s + 2r)$

Aufgabentyp 12: Winkel

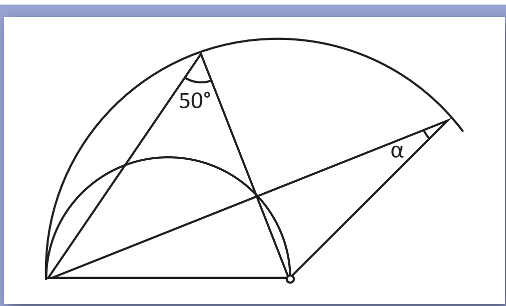
Dieser Aufgabentyp wird beinahe jedes Jahr an der Prüfung gebracht. Er baut auf der Theorie auf, die wir im Grundlagenteil Geometrie besprochen haben.

Achte bei diesem Aufgabentyp auf Folgendes:

- Verwende die Winkelsumme von Dreiecken. Sie beträgt 180°.
- Verwende die Winkelsumme von Vierecken. Sie beträgt 360°.
- Verwende Thaleskreise, sie zeigen dir, wo rechtwinklige Dreiecke sind. Daher findest du Winkel von 90°.
- Suche gleichschenklige Dreiecke, dann findest du zwei gleich grosse Winkel.
- Suche gleichseitige Dreiecke. Jeder Winkel von ihnen beträgt 60°.
- Achte bei Kreisen auf den Radius. Er ist immer gleich lang und gibt dir somit gleichschenklige Dreiecke.
- Denk daran, dass ein ganzer Kreis einem Winkel von 360°, ein Halbkreis einem Winkel von 180° und ein Viertelkreis einem Winkel von 90° entspricht.

Musteraufgaben

Berechne den Winkel alpha.



1) $180° - 50° - 50° = 80°$

4) $\alpha = 180° - 80° - 90° = \underline{\underline{10°}}$

Da ein Stück eines Kreises zu erkennen ist, können wir zwei gleichschenklige Dreiecke ausfindig machen. Ausserdem weist uns der kleine Halbkreis unten darauf hin, dass das kleine Dreieck ein rechtwinkliges ist. Daher können wir folgendermassen vorgehen:

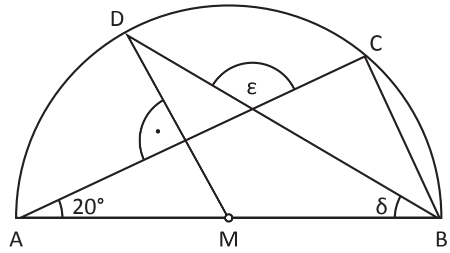
1. Das gleichschenklige Dreieck mit dem Winkel von 50° oben, muss unten links ebenfalls einen Winkel von 50° aufweisen. Daher beträgt der Winkel unten rechts 80° (180° − 50° − 50° = 80°).
2. Da das Dreieck mit dem eingezeichneten Winkel α auch ein gleichschenkliges ist, hat der Winkel unten links dieses Dreieckes ebenfalls die Grösse α.
3. Somit besteht das kleine rechtwinklige Dreieck aus dem Winkel α links unten, aus dem Winkel rechts unten, welcher 80° beträgt, und aus dem rechten Winkel oben. Daher können wir mit der Winkelsumme für Dreiecke von 180° α berechnen:
4. α = 180° − 80° − 90° = 10°
   Der Winkel α beträgt somit 10°.

Übungsaufgaben

★ PRÜFUNGSNIVEAU

Aufgabe 3.16 *(Aufnahmeprüfung 2012)*

Die Punkte C und D liegen auf dem Halbkreis,
M ist der Mittelpunkt.
Berechne δ und ε.



★ PRÜFUNGSNIVEAU

Aufgabe 3.17 *(Aufnahmeprüfung 2013)*

Berechne β und δ für $\alpha = 114°$.
Es gilt AC = DC = BD
Der Punkt E liegt auf der Kreislinie mit M
als Mittelpunkt.